

**$n$  進法の足し算, 引き算, 掛け算を  $n$  進数のまま行う方法****足し算**

10 進数の足し算では, ある位の和の値がたとえば 15 になったとすると,  $15 = 10 + 5$  より, 5 がその位の数となり, 10 は繰り上がり, その 1 つ上の位の数が 1 だけ増える。

**例**

568 + 257 の計算方法

1. 各位の数を繰り上げず () で表す。

$$\begin{aligned} 568 + 257 &= (5 + 2)(6 + 5)(8 + 7) \\ &= (7)(11)(15) \end{aligned}$$

2. () の数が 10 以上の場合は  $10 + a$  の形にする。

$$\begin{aligned} 568 + 257 &= (7)(11)(15) \\ &= (7)(10 + 1)(10 + 5) \end{aligned}$$

3. 「() 内の 10 は繰り上げ, 1 つ上の位の数を 1 増し, 残りの数をその位の数とする」という操作を, 小さい位の数から順に行う。

$$\begin{aligned} 568 + 257 &= (7)(10 + 1)(10 + 5) \\ &= (7)(10 + 1 + 1)(5) \\ &= (7)(10 + 2)(5) \\ &= (7 + 1)(2)(5) \\ &= (8)(2)(5) \end{aligned}$$

4. () を除けば完成

$$\begin{aligned} 568 + 257 &= (8)(2)(5) \\ &= 825 \end{aligned}$$

簡略化すると,

$$\begin{aligned} 568 + 257 &= (7)(11)(15) \\ &= (7)(12)(5) \\ &= (8)(2)(5) \\ &= 825 \end{aligned}$$

$n$ 進数の足し算では、ある位の和の値が  $n+a$  ( $0 \leq a \leq n-1$ ) になったとすると、 $a$  をその位の数となり、 $n$  は繰り上がり、その1つ上の位の数が1だけ増える。

例

$568 + 257$  の計算方法と同様にして、

$$\begin{aligned} 6354_{(7)} + 3246_{(7)} &= (6+3)(3+2)(5+4)(4+6)_{(7)} \\ &= (9)(5)(9)(10)_{(7)} \\ &= (7+2)(5)(7+2)(7+3)_{(7)} \\ &= (7+2)(5)(7+2+1)(3)_{(7)} \\ &= (7+2)(5)(7+3)(3)_{(7)} \\ &= (7+2)(5+1)(3)(3)_{(7)} \\ &= (7+2)(6)(3)(3)_{(7)} \\ &= (1)(2)(6)(3)(3)_{(7)} \\ &= 12633_{(7)} \end{aligned}$$

簡略化すると、

$$\begin{aligned} 6354_{(7)} + 3246_{(7)} &= (9)(5)(9)(10)_{(7)} \\ &= (9)(5)(10)(3)_{(7)} \\ &= (9)(6)(3)(3)_{(7)} \\ &= (1)(2)(6)(3)(3)_{(7)} \\ &= 12633_{(7)} \end{aligned}$$

## 引き算

10進数の引き算では、ある位の値が、たとえば-3と負になったとすると、その1つ上の位の数を1つ繰り下がり、その位の数が10増し、 $10-3$ すなわち7となる。

例：521-257の計算方法

1. 各位の数を繰り下げず ( ) で表す。

$$521 - 257 = (5-2)(2-5)(1-7) = (3)(-3)(-6)$$

2. 「( ) 内の数が負の場合は、1つ上の位の数を1減らし、その位の数を10増す」という操作を、小さい位の数から順に行い、最後に ( ) を除く。

$$\begin{aligned} 521 - 257 &= (3)(-3)(-6) \\ &= (3)(-3-1)(10-6) \\ &= (3)(-4)(4) \\ &= (3-1)(10-4)(4) \\ &= (2)(6)(4) \\ &= 264 \end{aligned}$$

簡略化すると、

$$\begin{aligned} 521 - 257 &= (3)(-3)(-6) \\ &= (3)(-4)(4) \\ &= (2)(6)(4) \\ &= 264 \end{aligned}$$

同様に、 $n$ 進数の引き算では、ある位の数の差が $-a$  ( $-n \leq -a \leq -1$ )になったとすると、その1つ上の位の数が1つ繰り下がり、その位の数が $n$ 増し、 $n-a$ となる。

例

$$\begin{aligned} 42031_{(5)} - 3412_{(5)} &= (4)(-1)(-4)(2)(-1)_{(5)} \\ &= (4)(-1)(-4)(2-1)(5-1)_{(5)} \\ &= (4)(-1)(-4)(1)(4)_{(5)} \\ &= (4)(-1-1)(5-4)(1)(4)_{(5)} \\ &= (4)(-2)(1)(1)(4)_{(5)} \\ &= (4-1)(5-2)(1)(1)(4)_{(5)} \\ &= (3)(3)(1)(1)(4)_{(5)} \\ &= 33114_{(5)} \end{aligned}$$

簡略化すると、

$$\begin{aligned} 42031_{(5)} - 3412_{(5)} &= (4)(-1)(-4)(2)(-1)_{(5)} \\ &= (4)(-1)(-4)(1)(4)_{(5)} \\ &= (4)(-2)(1)(1)(4)_{(5)} \\ &= (3)(3)(1)(1)(4)_{(5)} \\ &= 33114_{(5)} \end{aligned}$$

## 掛け算

10進数の掛け算のある位の値がたとえば36になったとすると、 $36 = 3 \cdot 10 + 6$ より、6がその位の数となり、 $3 \cdot 10$ は繰り上がり、その1つ上の位の数が3だけ増える。

## 例

$85 \times 56$ の計算方法

1. 数を繰り上げず ( ) で表し、そのまま足し算をする。

$$\begin{array}{r}
 \phantom{\times} \phantom{00} 8 \phantom{00} 5 \\
 \times \phantom{00} 5 \phantom{00} 6 \\
 \hline
 \phantom{00} (8 \times 6) \phantom{00} (5 \times 6) \\
 (8 \times 5) \phantom{00} (5 \times 5) \\
 \hline
 (40) \phantom{00} (48 + 25) \phantom{00} (30)
 \end{array}$$

2. 繰り上げを小さい位の数から順に行っていく、最後に ( ) をはずす。

$$\begin{aligned}
 (40)(48 + 25)(30) &= (40)(73)(30) \\
 &= (40)(73)(3 \cdot 10 + 0) \\
 &= (40)(73 + 3)(0) \\
 &= (40)(76)(0) \\
 &= (40)(7 \cdot 10 + 6)(0) \\
 &= (40 + 7)(6)(0) \\
 &= (4)(7)(6)(0) \\
 &= 4760
 \end{aligned}$$

同様に、 $n$ 進数の掛け算では、ある位の値が $a \cdot n + b$  ( $0 \leq b \leq n-1$ )になったとすると、 $b$ がその位の数となり、 $a \cdot n$ は繰り上がり、その1つ上の位の数が $a$ だけ増える。

## 例

$1032_{(5)} \times 24_{(5)}$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{\times} \phantom{00} 1 \phantom{00} 0 \phantom{00} 3 \phantom{00} 2 \\
 \times \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} 2 \phantom{00} 4 \\
 \hline
 \phantom{00} (1 \times 4) \phantom{00} (0 \times 4) \phantom{00} (3 \times 4) \phantom{00} (2 \times 4) \\
 (1 \times 2) \phantom{00} (0 \times 2) \phantom{00} (3 \times 2) \phantom{00} (2 \times 2) \\
 \hline
 (2) \phantom{00} (4 + 0) \phantom{00} (0 + 6) \phantom{00} (12 + 4) \phantom{00} (8)
 \end{array}$$

より、

$$\begin{aligned}
 (2)(4 + 0)(0 + 6)(12 + 4)(8)_{(5)} &= (2)(4)(6)(16)(8)_{(5)} \\
 &= (2)(4)(6)(16)(1 \cdot 5 + 3)_{(2)} \\
 &= (2)(4)(6)(16 + 1)(3)_{(5)} \\
 &= (2)(4)(6)(17)(3)_{(5)} \\
 &= (2)(4)(6)(3 \cdot 5 + 2)(3)_{(5)} \\
 &= (2)(4)(6 + 3)(2)(3)_{(5)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (2)(4)(9)(2)(3)_{(5)} \\ &= (2)(4)(1 \cdot 5 + 4)(2)(3)_{(5)} \\ &= (2)(4 + 1)(4)(2)(3)_{(5)} \\ &= (2)(5)(4)(2)(3)_{(5)} \\ &= (2)(1 \cdot 5 + 0)(4)(2)(3)_{(5)} \\ &= (2 + 1)(0)(4)(2)(3)_{(5)} \\ &= (3)(0)(4)(2)(3)_{(5)} \\ &= 30423_{(5)} \end{aligned}$$